DM cvičení 6 – 10. 11. 2016

Příklad 0. Uvažte mřížku $m \times n$, kde m a n značí počet horizontálních a vertikálních čar. Kolik existuje obdélníků (včetně čtverců), jejichž strany leží na této mřížce?

Příklad 1. Kolik čísel zbude z množiny $\{1, \ldots, 999\}$ po vyškrtání násobků 2, 3, 5 a 7?

Příklad 2. Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici 4×4 tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?

Příklad 3. Kolika způsoby lze postavit do řady 5 čechů, 4 slováky a 3 maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?

Příklad 4. Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov:

a) BAR, DEN, RAZIE
b) ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ

Příklad 5*. Kolik je celkem ekvivalencí s k třídami na n-prvkové množině?

a) když $n = 3$
b) když $n = 5$
c) pro obecné n

Příklad 6. Kolika způsoby lze dojít na Manhattanu z rohu 5. avenue a 15. street na roh 10. avenue a 23. street, pokud půjdeme pouze severozápadním nebo severovýchodním směrem?

Příklad 7. Kolik je v konvexním n-úhelníku dvojic tětiv, které se navzájem protínají uvnitř n-úhelníku, tedy nikoliv v krajních bodech?

Příklad 8*. Kolik existuje různých korektních uzávorkování n párů závorek?

Příklad 9. Profesor Plešohlav zjistil, že stejné konference se účastní 5 jeho přátel. Z těchto pěti lidí potkal během přednášek každého jednotlivce $10\times$, každou dvojici $5\times$, každou trojici $3\times$, každou čtveřici $2\times$ a celou pětici $1\times$. Kolik nejméně přednášek měla konference?

Příklad 10. V koši na prádlo mám umístěno 10 bílých a 8 černých ponožek. Kolik ponožek musím vytáhnout, abych měl alespoň dvě ponožky stejné barvy?

Příklad 11. Dokažte, že máme-li skupinu n lidí, z nichž se někteří navzájem znají (znát se je symetrická relace), existují v ní dva lidé, kteří znají stejný počet lidí.

Příklad 12. V pravidelném dvacetiúhelníku je 9 vrcholů vyznačeno zlatou barvou. Dokažte, že alespoň tři z nich tvoří rovnoramenný trojúhelník.

Web cvičení: `http://kam.mff.cuni.cz/~stinovlas/`
E-mail: `stinovlas@kam.mff.cuni.cz`