

DM cvičení 7 – 24. 11. 2016

Příklad 0. Profesor Plešohlav zjistil, že stejné konference se účastní 5 jeho přátel. Z těchto pěti lidí potkal během přednášek každého jednotlivce $10\times$, každou dvojici $5\times$, každou trojici $3\times$, každou čtveřici $2\times$ a celou pěticí $1\times$. Kolik nejméně přednášek měla konference?

Příklad 1. V koši na prádlo mám umístěno 10 bílých a 8 černých ponožek. Kolik ponožek musím vytáhnout, abych měl alespoň dvě ponožky stejné barvy?

Příklad 2. Dokažte, že máme-li skupinu n lidí, z nichž se někteří navzájem znají (znát se je symetrická relace), existují v ní dva lidé, kteří znají stejný počet lidí.

Příklad 3. Kolik existuje permutací množiny $\{1, \dots, n\}$ s právě jedním pevným bodem?

Příklad 4. Kolik existuje permutací množiny $\{1, \dots, n\}$ s právě jedním cyklem?

Příklad 5. Kolik existuje permutací množiny $\{1, \dots, n\}$ s právě dvěma cykly?

Příklad 6. Kolik existuje permutací množiny $\{1, \dots, n\}$ s právě pěti cykly a právě třemi pevnými body?

Příklad 7. Kolika způsoby lze umístit 6 červených, 6 zelených a 6 modrých kamenů na šachovnici 5×5 tak, že některý řádek nebo sloupec je celý pokryt kameny stejné barvy?

Příklad 8. Hostitel pořádá každý večer večeři pro své přátele. Na večeři jsou pozváni vždy tři hosté. Kolika způsoby může během týdne hostitel pozvat svých sedm přátel, tak že je každý z těchto sedmi přátel alespoň jednou pozván?

Příklad 9*. Kolik existuje různých korektních uzávorkování n párů závorek?